P0447

RAN-2403000502043001

RAN-2403000502043001 / 2411001002043001

F.Y.B.Sc. (Sem. - II) Examination October - 2025

Matrices and Determinants (MH-MLD-201) (Mathematics-Multidisciplinary)

[Total Marks: 50

સૂચના : / Instructions	Seat No.:
(1) ઉપરોક્ત દર્શાવેલ વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી. Fill up strictly the above details on your answer book (2) All questions are compulsory. (3) Figures to the right indicate marks of the corresponding question.	Student's Signature

પ્ર.1. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ દસ) **10**

Answer the following (Any Ten)

1. જો શ્રેણિક A સંમિત હોય તો દર્શાવો કે $A^T = A$
   If A is a Symmetric matrix then show that $A^T = A$
2. પ્રતિ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
   Define Transpose of a matrix with illustration.
3. નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & -6 \\ 5 & 11 & -4 \end{vmatrix}$ માં 1 નો સહઅવયવ શોધો.
   Find the minor of element 1 in the determinant $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & -6 \\ 5 & 11 & -4 \end{vmatrix}$
4. નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} 2+\sqrt{3} & 4-\sqrt{7} \\ 4+\sqrt{7} & 2-\sqrt{3} \end{vmatrix}$ નું મૂલ્ય શોધો.
   Obtain the value of the determinant $A = \begin{vmatrix} 2+\sqrt{3} & 4-\sqrt{7} \\ 4+\sqrt{7} & 2-\sqrt{3} \end{vmatrix}$
5. નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} 7 & 9 & 10 \\ -2 & 3 & 6 \\ -2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ પર અનુક્રમે R (3, 2) અને (– 3) R_3 કરતાં મળતો નિશ્ચાયક લખો.
   Find the Determinant by operating R (3, 2) and (– 3) R_3 respectively on $A = \begin{vmatrix} 7 & 9 & 10 \\ -2 & 3 & 6 \\ -2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$
6. એકમલક્ષી શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
   Define Unitary matrix with illustration.
7. જો A હર્મેટીયન શ્રેણિક હોય તો દર્શાવો કે કોઈપણ શ્રેણિક B માટે $B^{\theta} AB$ હર્મેટીયન શ્રેણિક થાય.
   If A is a Hermitian matrix then show that for any matrix B the matrix $B^{\theta} AB$ is a Hermitian matrix.
8. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ માટે લાક્ષણિક બીજો મેળવો.
   Obtain Eigen Values for the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$
9. વ્યાખ્યા આપો: લાક્ષણિક બીજો.
   Define Eigen values.
10. અસામાન્ય શ્રેણિકની વ્યાખ્યા આપો.
    Define Singular matrix with illustration.

11. દર્શાવો કે વિસંમિત શ્રેણિકના વિકર્ણી ઘટકો શૂન્ય થાય.
Show that the diagonal elements of a Skew-Symmetric matrix are zeros.

12. પંક્તિ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
Define Row matrix with illustration.

પ્ર.2. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ બે) **10**
Answer the following (Any Two)

1. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^2 + 2A - 3I$ ની કિંમત શોધો.

If matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ then find the value of $A^2 + 2A - 3I$

2. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ -3 & 5 & -2 \end{bmatrix}$ અને શ્રેણિક $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 3 & -6 & 5 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ હોય તો શ્રેણિક AB અને શ્રેણિક BA શોધો.

If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ -3 & 5 & -2 \end{bmatrix}$ and matrix $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 3 & -6 & 5 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ then find matrix AB and matrix BA.

3. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2+6i & 5+4i & 3+2i \\ -8+i & 2-3i & -i \\ 11+10i & 4-3i & 12+2i \end{bmatrix}$ અને શ્રેણિક $B = \begin{bmatrix} 4-6i & 6+3i & 8-9i \\ 1+3i & -13 & 4-2i \\ 5-7i & 8+8i & 9i \end{bmatrix}$ હોય તો દર્શાવો કે

(i) $(A+B)^T = A^T + B^T$ (ii) $(A+B)^\theta = A^\theta + B^\theta$

If matrix $A = \begin{bmatrix} 2+6i & 5+4i & 3+2i \\ -8+i & 2-3i & -i \\ 11+10i & 4-3i & 12+2i \end{bmatrix}$ and matrix $B = \begin{bmatrix} 4-6i & 6+3i & 8-9i \\ 1+3i & -13 & 4-2i \\ 5-7i & 8+8i & 9i \end{bmatrix}$ then show that

(i) $(A+B)^T = A^T + B^T$ (ii) $(A+B)^\theta = A^\theta + B^\theta$

પ્ર.3. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ બે) **10**
Answer the following (Any Two)

1. $\begin{vmatrix} x & 5 & 9 \\ 16 & 3x+8 & 36 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0$ નો ઉકેલગણ શોધો.

Obtain the solution of $\begin{vmatrix} x & 5 & 9 \\ 16 & 3x+8 & 36 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0$

2. સાબિત કરો કે $\begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -(x-y)(y-z)(z-x)$

Prove that $\begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -(x-y)(y-z)(z-x)$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક સહઅવયવજ શ્રેણિકની મદદથી મેળવો.

Find the inverse of given matrix using adjoint of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

પ્ર.4. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ બે) **10**

Answer the following (Any Two)

1. નીચે આપેલ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ ક્રેમરના નિયમથી મેળવો.

$x + y + z = 3$

$x + 2y + 3z = 4$

$x + 4y + 9z = 6$

Solve the following system of equations using Cramer's Rule:

$x + y + z = 3$

$x + 2y + 3z = 4$

$x + 4y + 9z = 6$

2. દર્શાવો કે કોઈપણ ચોરસ શ્રેણિકને અનન્ય રીતે એક સંમિત અને એક વિસંમિત શ્રેણિકના સરવાળા સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય છે.

Show that any square matrix can be represented uniquely as a sum of a symmetric matrix and skew symmetric matrix.

3. નીચે આપેલ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ માર્ટિનના નિયમથી મેળવો.

$x + y + z = 6$

$x - y + z = 2$

$2x + y - z = 1$

Solve the following system of equations using Martin's Rule:

$x + y + z = 6$

$x - y + z = 2$

$2x + y - z = 1$

પ્ર.5. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ બે) **10**

Answer the following (Any Two)

1. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ નાઆત્મમૂલ્યો શોધો અને સૌથી નાના આત્મમૂલ્યને સંગત આત્મસદિશ મેળવો.

Find eigen values of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ and also find eigen vector corresponding to smallest eigen value.

2. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ નાઆત્મમૂલ્યો અને તેને સંગત આત્મસદિશ શોધો.

Find eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

3. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ માટે કેલી હેમિલ્ટન પ્રમેયનું સમાધાન કરો.

Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$